
Quantifier, c'est déjà décider

Etienne Fieux

*IMT (Institut de mathématiques de Toulouse),
UMR 5219, Université Paul Sabatier,
118 route de Narbonne 31062 cedex 9
fieux@math.univ-toulouse.fr*

RÉSUMÉ. S'il est difficile de dire avec précision comment se traduit l'exigence de respect de la démocratie pour les systèmes d'information (SI) ou les systèmes d'aides à la décision (SAD), la neutralité (au sens de non favoritisme), le traitement équitable, l'objectivité sont assurément des critères attendus par tout utilisateur. Par ailleurs, beaucoup de SI et de SAD sont basés sur la mise en place et l'estimation d'indicateurs, transformant une question bien souvent « qualitative » en une question « quantitative », ce recours à des « chiffres » offrant l'avantage de pouvoir mener des calculs avec l'assurance tranquille qu'apporteraient les mathématiques : objectivité des chiffres (« les chiffres ne mentent pas »), rigueur de la démarche, certitude de ses résultats. On comprend bien que le seul fait de quantifier des situations qui sont d'essence qualitative apporte en lui-même un biais considérable qui peut relativiser très grandement l'apport de tout « chiffrage ». Mais indépendamment de cela, l'objet de ces notes est de faire quelques observations sur ce travail intermédiaire de quantification, quels que soient le degré de « sophistication » des indicateurs et les multiples formes de leurs mise en œuvre.

En effet, l'opération de quantification est très loin d'apporter les cautions d'objectivité et rigueur qu'on voudrait lui accorder. On notera qu'elle relève en général d'une double conception du « calcul » qui, en écho direct au couple SI/SAD, trace une ligne de démarcation entre deux moments constitutifs de l'opération de quantification (que l'on dénommera « mesurer » et « élaborer »). Mais, ces deux étapes sont nécessairement subordonnées à une première étape (dénommée « nommer ») qui pose les catégories et modes de représentation sous-jacents aux mesures effectuées. Cette simple tripartition et le caractère nécessaire de cette première phase de catégorisation anéantit toute prétention à présenter l'opération de quantification comme neutre et/ou objective. Pour illustrer combien les difficultés liées à la quantification ne sont pas simplement des difficultés techniques concernant le mesurage, on rappellera la problème (souvent appelé, à juste titre, paradoxe) de Saint Petersburg. Loin d'être une illustration marginale, ce problème est fondateur pour toute une branche opérationnelle (et dominante) en économie mais, plus généralement, son importance tient au fait qu'il nous plonge directement au cœur de la difficulté de fond auquel tout SAD est rapidement confronté : comment concilier la rationalité du modèle utilisé avec celle des acteurs ? Le paradoxe de Saint Petersburg, pointant ce qu'on appellera un écart entre le « rationnel » et le « raisonnable », dit avec clarté qu'il ne faut attendre aucune lumière des mathématiques sur ce point.

Mots-clés : modèles positifs, modèles normatifs, rationalité, quantification, SI, SAD

Introduction

Beaucoup de systèmes d'informations (SI) et de systèmes d'aides à la décision (SAD) reposent sur la collecte de données, l'adoption de mesures et la construction d'indicateurs chiffrés. Le recours à des données numériques est assez systématique, soit parce que l'objet étudié se prête naturellement à des mesures numériques, soit parce que le traitement statistique d'un grand nombre de données mène naturellement à une telle approche. Cela reste souvent vrai lorsque les situations étudiées sont de nature qualitative ; elles pourront être évaluées et comparées une fois ramenées sur des échelles communes de comparaison. Catégoriser, établir des équivalences entre des choses ou des situations, de façon à pouvoir les comparer en les ramenant à des indicateurs numériques constitue un principe de base du travail statistique. Fréquemment, le fait de se ramener à des données numériques ou « chiffrées » donne l'impression sécurisante de nous être déplacés de terrains mouvants ou aux contours flous (les situations « réelles » étudiées ou concernées par le SI/SAD) vers le terrain neutre et stable du calcul mathématique, aux procédures strictes, rigoureuses et aux conclusions implacables.

La connaissance ainsi acquise du « vrai » le désignerait alors naturellement comme l'objectif à atteindre et nous serions ainsi passés du « *positif* » au « *normatif* ». Dans les notes qui suivent, nous insisterons sur la naïveté d'une telle perception et sur l'illusion qui consisterait à imaginer qu'une forme de rationalité prendrait en charge le raisonnement pour mener avec certitude vers des normes dont la pertinence serait indiscutable.

Dans un premier temps, nous rappellerons les effets pervers qui accompagnent toute transformation d'un indicateur (élément d'information que peut apporter un SI) en un objectif (but à atteindre et qui oriente la décision dans le cadre d'un SAD). Mais, nous nous tournerons surtout vers l'opération de quantification. Pour mieux saisir pourquoi « quantifier, c'est décider », nous la décomposerons en trois moments : nommer, mesurer, élaborer.

1. L'« effet de boucle » et dimension performative des indicateurs

Nous reprenons ici l'expression « *effet de boucle* » employée par Hacking¹ pour dire l'interaction entre les gens et les classifications des gens. « *L'individu classifié est modifié ou se modifie lui-même du simple fait qu'il est classifié* ». Hacking pointe l'effet auto-réalisateur de classifications qualitatives et il n'est jusque-là pas question de chiffres ou d'indicateurs numériques. Mais il est indéniable que le recours à des indicateurs numériques, peut-être parce qu'ils seraient rattachés à une mesure « objective », renforcent cet effet de boucle. Toujours en suivant Hacking, les effets de boucles seront d'ailleurs d'autant plus forts lorsque la quantification prend le relais et renforce la qualification :

¹ I. Hacking, *Philosophie et histoire des concepts scientifiques*, cours au collège de France, 2002-03, Façonner les gens II.

« De plus en plus les qualités et les quantités ont tendance à devenir quantitatives. La corpulence devient l'obésité, définie par l'Indice de Masse Corporelle. C'est une illustration de l'Impératif Numéro Un des sciences de l'homme : mesurons les qualités ! Rendons les qualités quantitatives ! ».

L'auteur pointe là un rôle décisif pris en charge par l'opération de quantification ou de « mise en chiffres ou en nombres ». Cette question est bien entendu au cœur du sujet de ces notes mais, avant de la développer, notons d'autres situations qui montrent à quel point le simple fait de s'en remettre à des indicateurs chiffrés, en bouleversant la vision qu'ont les gens de ce qu'ils sont ou de ce qu'ils font, modifie leurs comportements.

Ainsi, la « loi de Goodhart »² illustre une manière qu'ont les chiffres non de refléter la réalité mais de contribuer à la façonner. Selon cette « loi », *un indicateur qui devient un objectif cesse d'être un bon indicateur*. Tout objectif chiffré devient une fin en soi : nombre d'appels traités, nombre de dossiers traités, nombre de clients reçus, nombre de rendez-vous fixés, nombre de visites effectuées, nombre de procès-verbaux rédigés, etc, etc, etc... Inutile d'allonger la liste. Frustration et contre-productivité sont rapidement les seuls « gains » de ce type de management, comme le rapportait cet article³ à propos des notations à la « performance » (d'autant meilleure que l'objectif fixé est dépassé) :

« Une mécanique bien huilée sur le papier, mais pas toujours efficace dans la réalité, comme l'explique un représentant CFE-CGC du conseil syndical national du SNT (Syndicat national des télécoms).

« D'abord, seulement 60 % ou 65 % des "perf review" sont signées et envoyées à la DRH. Dans les autres cas, le salarié ignore sa note et ne la découvre qu'au moment du paiement de son bonus. Ensuite, c'est totalement subjectif : le supérieur sera plus ou moins exigeant suivant ses propres affinités avec le salarié ou bien suivant les exigences de son propre chef. Enfin, le système convient parfaitement à deux catégories de personnes. Les tire-au-flanc, d'une part, qui savent parfaitement obtenir de leurs chefs des objectifs modestes, inférieurs à ce qu'ils auraient pu réaliser. Ceux qui brassent de l'air, d'autre part, qui signent pour faire plaisir à leurs chefs, mais expliquent ensuite, avec force détails, que les objectifs fixés ne pouvaient, en réalité, pas être atteints, mais que d'autres, non prévus, en revanche, eux, l'ont été. »

Conclusion : le système desservirait, indirectement, une bonne moitié de ceux qui ont signé la « perf review » et s'appliquent à remplir réellement leurs objectifs. Un vrai casse-tête pour les DRH, et une réelle frustration pour pas mal de salariés. »

Que penser des effets d'une rémunération, que ce soit directement ou via des primes, basée sur les résultats donnés par une « enquête de satisfaction » ? Que

² J. Danielsson, *The Emperor Has No Clothes: Limits to Risk Modelling*, Journal of Banking & Finance, 26, 7, 1273-96.

³ Les Échos, Mesurer la performance des salariés : un outil à double tranchant, 20 juin 2006.

penser de l'évaluation des compétences des élèves par les professeurs quand le taux de « compétences acquises » devient un critère de classement des établissements scolaires ? Les universitaires connaissent bien les effets pervers qui peuvent accompagner des objectifs chiffrés avec l'injonction à être un « bon publiant »⁴ :

« A curious feature of this kind of misconduct is that the work itself – the science being reported in the paper – is usually not in question. Those responsible for this kind of post-production misconduct seek to extract value not from the article itself, but from its citations. »

A nouveau : la quantification de l'objectif détourne le comportement des gens de l'objectif de départ ! Les inquiétants effets de la « politique du chiffre » sont également bien connus dans toutes les questions relatives à la sécurité, à la délinquance, à la répression ou à la criminalité. Comme pour souligner l'effet pseudo-science que les chiffres apporteraient et pour tourner en dérision le phénomène, le constat s'est affublé du nom de « théorème de Demonque » (« *Sur une courte période, les statistiques de la délinquance varient en proportion inverse de la popularité du ministre de l'Intérieur auprès des agents chargés du collationnement des données qui les fondent* »), commenté ainsi sur la page wikipedia⁵ qui lui est consacrée :

« les statistiques du ministère de l'Intérieur ont toujours eu la réputation d'être lissées, pour ne pas dire policées, (Éric Pelletier in Le Figaro, 14 janvier 2000). Les principales critiques que l'on peut faire sur les chiffres ainsi diffusés viennent de ce qu'il s'agit d'une mesure de l'activité des forces de l'ordre effectuée par les intéressés eux-mêmes. »

Mais le phénomène touche l'intégralité de la fonction publique⁶:

Dans les organisations publiques, des phénomènes similaires semblent s'être développés. Ainsi, le directeur de la sécurité publique de l'Hérault aurait, devant la montée de la délinquance de son département et pour montrer des signes de la forte activité de ses services, fixé des objectifs de garde à vue à l'ensemble de ses services... y compris à la brigade canine. Un policier affirme que « la pression hiérarchique est telle que l'on ne peut plus faire la part entre la réalité de la baisse de la délinquance et ce qui relève du bidonnage » : il pourrait même arriver que les commissariats refusent d'enregistrer les plaintes. Dans les hôpitaux britanniques, des objectifs stricts de temps d'attente auraient conduit certains médecins à enlever des roues des brancards pour comptabiliser ces derniers en lits ou à faire attendre les patients en dehors de l'hôpital avant de les y admettre officiellement. En Grande Bretagne, encore, des objectifs de taux de réussite aux examens auraient conduit les professeurs à concentrer leurs efforts et

⁴ M. Biagioli, *Watch out for cheats in citation game*, Nature, vol. 535, july 2016

⁵ https://fr.wikipedia.org/wiki/Théorème_de_Demonque, consulté le 23 mai 2018.

⁶ S. Chatelain-Ponroy, S. Sponem, *Culture du résultat et pilotage par les indicateurs dans le secteur public*, Bernard Pras (coord.). Management : enjeux de demain, Vuibert, pp.163-171, 2009 ; HALSHS-0460649.

leur temps sur les élèves à la limite de la réussite en délaissant les plus faibles et les plus doués.

Chacun pourra multiplier les exemples d'objectifs chiffrés qui, loin de rendre compte d'une situation, la brouillent, voire même la transforment. On reconnaît ici des illustrations de ce qui est souvent appelé « *la politique du chiffre* » ou encore « *la politique du résultat* ». Cette double dénomination dit remarquablement que le « chiffre » vaut « résultat », comme si le seul fait de présenter un chiffre dispensait de toute autre considération, comme si la donnée d'un chiffre pouvait résumer une situation et avoir valeur de vérité absolue.

Dans ce type de situations, derrière un usage tendancieux ou déraisonnable de certains chiffres, la loi de « Goodhart » dénonce surtout des dérives managériales et des modes de gouvernance contre-productifs et on pourrait être tenté de penser que, dans ces exemples, ce ne sont pas les chiffres qui sont en cause mais l'usage qu'on en fait. C'est bien entendu exact mais il ne faudrait pas en conclure qu'il y aurait un « bon usage » qui nous prémunirait de ce type de dérive et qui donnerait sens à la supposée neutralité des chiffres ou données quantifiées. Disons-le clairement, il y a autant de neutralité dans les chiffres d'un système numérique que dans les lettres d'un alphabet. Cette neutralité ne dépasse pas celle de symboles utilisées pour coder un message. Dès qu'on en fait usage comme avec des lettres qui s'assemblent pour former un discours, la neutralité des symboles utilisés n'est d'aucun secours pour empêcher la non neutralité des discours prononcés ; il en va de même pour des calculs lorsqu'ils sont rapportés à une « réalité ». De fait, les chiffres participent d'une langue (la langue mathématique). Cette langue se distingue par la rigueur de la logique qui la guide et la certitude des résultats qu'elle établit. Il est bien connu qu'elle fournit un modèle de rationalité pour les autres sciences⁷:

« J'avance que dans toute théorie particulière de la nature, il n'y a de scientifique au sens propre de ce mot que la quantité de mathématique qu'elle contient. »

Le langage mathématique apporte rigueur, précision, exactitude, cohérence, certitude. Par un effet de « ruissellement », le processus de quantification bénéficierait de cette aura et des vertus bienfaitrices du discours mathématique. Ainsi, le glissement du terrain narratif vers celui des « chiffres » est souvent perçu comme le gage d'un apport d'*objectivité*, de *rigueur* et d'*exactitude* (critère de la *vérité*). Mais les exemples qui précèdent ne se bornent pas à dénoncer des usages peu scrupuleux des chiffres, ils obligent à questionner le principe même de la démarche qui consiste à recourir à des modèles quantifiés. Et ils posent au moins deux questions, la première sur l'établissement des indicateurs et la deuxième sur le glissement d'un « l'indicateur positif » (au sens de l'indicateur qui décrirait « la » réalité) à un « indicateur normatif » (au sens de l'indicateur qui dicterait ce qu'il faut faire). Ce sont ces deux points que l'on va davantage développer. Et, en filigrane de la complémentarité qu'ils dessinent, on distinguera deux formes du calcul. En effet,

⁷ E. Kant (1724-1804), Premiers principes métaphysiques d'une science de la nature matérielle, 1780.

le “numérique” et la manipulation de données renvoient au moins à deux acceptions⁸ distinctes du terme « calcul » :

- calcul comme simple mode opératoire (outils, techniques et méthodes de calcul au sens le plus usuel et production de “résultats”)
- calcul comme raisonnement (aspect “algorithmique”)

Nous introduisons ici cette partition en deux usages de la quantification parce que nous pensons qu'ils viennent directement en écho à deux aspects de tout modèle soutenant un dispositif d'aide à la décision, l'un renvoyant à l'aspect « positif » d'un SI (celui-ci étant censé présenter « ce qui est »), l'autre renvoyant au côté « normatif » d'un SAD (censé dire « ce qu'il faut faire »). Bien entendu, cette séparation n'est pas toujours aussi claire qu'il y paraît. On aura cependant noté que les effets pervers liés à l'usage d'indicateurs numériques proviennent en général précisément du fait qu'ils sont passés d'un statut « positif » (ils mesurent un état de réalité) à un statut « normatif » (puisque, concrètement, ils vont guider le comportement ou l'action).

2. Nommer, mesurer, élaborer

Les nombres homogénéisent l'hétérogène, ils permettent de mettre sur une même échelle des choses non comparables. Les nombres ne suffisent pas pour cela, il faut en quelque sorte un terrain préparé, un espace de représentations, des catégorisations que ces nombres vont venir illustrer, mesurer et renforcer.

2.2. Nommer

Pour pouvoir quantifier une situation, il faut adopter une manière de l'observer, de la décrire et d'en qualifier les éléments constitutifs. Ainsi, en amont du travail « strict » de quantification, il y a la catégorisation à laquelle toute quantification est subordonnée. Un SI repose rapidement sur le recueil de données chiffrées, transformant ainsi des questions bien souvent de nature « qualitatives » en des questions de nature « quantitative ». On comprend bien que le seul fait de quantifier des situations qui sont d'essence qualitative ne va pas de soi. L'usage courant du terme *mesure* témoigne d'ailleurs d'une ambivalence, renvoyant tantôt à l'acte de mesurer (mesurage), tantôt au résultat de la mesure (une valeur, un nombre, un chiffre). La première acception, l'acte de mesurer, indique vraiment un *acte* et

⁸ Le distinguo introduit ici entre deux formes du calcul mériterait d'être précisé et ce travail emmènerait trop loin car il pourrait révéler la fragilité de la distinction qu'il cherche à opérer ! Néanmoins, dans l'immédiat, pour l'ancrer dans une représentation on dira que le calcul « comme simple mode opératoire » correspond aux opérations de calculs qu'une machine à calculer (ou un logiciel de mathématiques, ou un ordinateur) peut prendre en charge tandis que le calcul comme « raisonnement » renvoie précisément à ce que la machine ne peut pas prendre en charge : l'établissement de l'algorithme qu'on va lui demander d'effectuer.

souligne la *non naturalité* du résultat d'une mesure, celle-ci étant nécessairement rapportée à cet acte sur lequel elle repose.

« L'usage du verbe quantifier attire l'attention sur la dimension, socialement et cognitivement créatrice, de cette activité. Celle-ci ne fournit pas seulement un reflet du monde (point de vue usuel), mais elle le transforme, en le reconfigurant autrement. (...) »

L'hypothèse retenue ici est que la quantification, entendue comme l'ensemble formé des conventions socialement admises et des opérations de mesure, crée une nouvelle façon de penser, de représenter, d'exprimer le monde et d'agir sur lui. La question récurrente de savoir si une statistique « reflète plus ou moins bien la réalité » est un raccourci trompeur, contaminé par le réalisme métrologique des sciences de la nature. La statistique, et plus généralement toutes les formes de quantification (par exemple probabiliste ou comptable), reconfigurent et transforment le monde, par leur existence même, par leur diffusion et leurs usages argumentatifs, que ceux-ci soient scientifiques, politiques ou journalistiques. Une fois les procédures de quantification codifiées et routinisées, leurs produits sont réifiés. Ils tendent à devenir « la réalité », par un effet de cliquet irréversible. Les conventions initiales sont oubliées, l'objet quantifié est comme naturalisé et l'emploi du verbe « mesurer » vient machinalement à l'esprit et sous la plume. Cela reste vrai jusqu'à ce que, pour des raisons à analyser au cas par cas, ces « boîtes noires » sont réouvertes, à l'occasion de controverses. »⁹

En fin connaisseur de l'usage des statistiques, Desrosières pointe le rôle unificateur et homogénéisant des description quantifiées sur la base d'une classification/catégorisation qui instaure de nouveaux espaces « d'équivalences ».

« Comparer (c'est-à-dire voir ensemble) est un acte politique : dans certaines sociétés, on ne pouvait (au sens de « il était inconcevable de... ») comparer les esclaves et les hommes libres, les femmes et les hommes, les roturiers et les nobles, les noirs et les blancs. Les inégalités sociales, au sens où nous les entendons aujourd'hui, en référence à un espace d'équivalence commun, n'ont été pensées de cette façon qu'à la fin du XIX^e siècle pour les inégalités de revenus, et au milieu du XX^e siècle pour d'autres types d'inégalités, de consommation, d'accès à l'école ou de mobilité sociale. Postuler et construire un espace d'équivalence permettant la quantification, et donc la mesure, est un acte tout à la fois politique et technique. Il est politique en ce qu'il change le monde : comparer les roturiers et les nobles préfigure la nuit du 4 août, comparer les noirs et les blancs appelle l'abolition de l'esclavage, comparer les femmes et les hommes appelle le suffrage vraiment universel incluant les femmes. »

⁹ A. Desrosières, La statistique, outil de gouvernement et outil de preuve. Pour une sociologie historique de la quantification : L'Argument statistique I. Nouvelle édition [en ligne]. Paris : Presses des Mines, 2008 (généré le 25 avril 2018). Disponible sur Internet : <<http://books.openedition.org/pressesmines/901>>.

Ces remarques sont essentielles car elles disent la nécessité d'un espace de perception et d'une vision du monde préalables à la recherche de mesures ; celles-ci en retour pourront venir conforter ces représentations ou, peut-être même, les instituer *a posteriori* ; Desrosières, en donne un exemple avec la LOLF¹⁰ :

« C'est le cas notamment pour les indicateurs de la Loi organique relative aux lois de finances (LOLF), qui créent ainsi ex nihilo nombre de nouveaux espaces d'équivalence et de comparaison. »

Citons-le encore pour mesurer la très grande importance de cette « commensuration généralisée » :

« Plus généralement, la mise en équivalence des performances de pays, ou d'institutions, à travers un jeu d'indicateurs (procédure dite de benchmarking), est devenue un outil systématique de « gouvernement par les nombres ». Un premier exemple en est la Méthode ouverte de coordination (MOC), qui vise à orienter les politiques sociales des pays de l'Union européenne en les incitant à améliorer leur rang dans des palmarès résultant d'indicateurs chiffrés (Salais, 2004 ; Bruno, 2006). Un autre exemple est la très rapide importance prise par le classement de Shanghai entre les Universités. Après quelques moments de refus, de doutes et de controverses, de tels palmarès finissent par devenir incontournables, comme l'ont montré Espeland et Sauder (2007) à propos du ranking des Écoles de droit américaines diffusé par un magazine commercial. Dans ces divers cas, un autre monde a ainsi été créé, dans un processus apparemment irréversible, par rapport auquel chacun est tenu de se situer. Les critiques portent éventuellement sur le choix et la mise en œuvre des critères, mais l'existence même de ces classements semble hors d'atteinte aux acteurs ainsi classés. Cette commensuration généralisée est un des nouveaux chapitres de l'histoire de l'argument statistique. »

Pouvoir ramener des choses dissemblables et non comparables à des échelles abstraites et neutres afin de pouvoir établir des comparaisons et des classements constitue assurément un tour de force majeur. Notons que la force de cette opération est aussi sa faiblesse. L'agent à qui on demande de ramener les diverses facettes de son activité va être obligé de ramener à une même unité de mesure (*le temps passé à...*) des activités très diverses et qui pour lui sont *qualitativement* différentes. Ces activités sont-elles comparables ? Non ; mais le temps mis à faire chacune d'elles l'est. Il n'est donc pas certain qu'il adhère à la vision que porte ces indicateurs. Il est d'ailleurs parfois difficile de savoir sur quoi vraiment porte la mesure¹¹ :

« Il est hélas plus facile de donner un chiffre que de le définir. »

Et il arrive ainsi que la définition des classes mesurées soit très floue ; en voici un exemple avec la notion d'homicide :

¹⁰ LOLF : Loi organique relative aux lois de finances (promulguée en août 2001).

¹¹ Association Pénombre, *Chiffres en folie*, La découverte, 1999.

« C'est alors oublier la deuxième source de difficultés dans ce dénombrement qu'est la définition même de l'homicide. Si l'on s'en tient à l'aspect juridique, on constate que la doctrine française établit des distinctions complexes parmi les crimes de sang. On peut d'abord citer les cas définis de façon particulière : le parricide, l'infanticide, l'empoisonnement. Ensuite vient la distinction entre l'homicide volontaire (meurtre et assassinat) et l'homicide involontaire qui concerne l'action elle-même (le coup de feu part volontairement ou involontairement) et pour finir sont exclus des homicides, en principe, les coups et blessures volontaires ayant entraîné la mort sans intention de la donner qui complètent la liste des crimes de sang. Dans ce dernier cas, l'action est volontaire, mais pas le résultat (le coup de feu part volontairement, mais l'auteur ne voulait pas tuer). Ces distinctions sont délicates à manier et les qualifications juridiques retenues dans chaque cas sont susceptibles d'évoluer au cours de la procédure. (...) Les débats juridiques sur la nature des faits sont alors clos par la décision rendue par la cour d'assises. Pourtant même à ce moment, la zone d'ombre reste importante : des homicides sont traités correctionnellement parce qu'involontaires, alors qu'aux yeux de certains ils avaient un caractère criminel ; la légitime défense permet l'acquittement avec les possibles abus que l'on sait ; les homicides dont l'auteur reste inconnu demeurent, après le non-lieu résultant de l'échec de l'enquête, dans un certain flou juridique ; et, pour finir cette énumération, s'il n'y a pas de flou juridique lorsque l'auteur est déclaré pénalement irresponsable (situation de démence au moment des faits) on est quand même tenté de considérer que l'homicide demeure.(...) »

Une définition restrictive ou stricte de l'homicide ne tiendra compte que des homicides enregistrés comme tels par les policiers et les gendarmes (règlements de compte entre malfaiteurs, homicides crapuleux, homicides non crapuleux de la statistique de police). Entre 1972 et 1991, les homicides ont alors plus que doublé (de 1247 à 2578). Une définition plus large, et peut-être moins sensible aux variations entre les catégories, y ajoutera l'infanticide et les coups et blessures ayant entraîné la mort, conduisant à mesurer une augmentation de 35% seulement (de 2093 en 1972 à 2831 en 1991). »

En matière de justice, ces classifications sont bien délicates puisque, par construction, elles gommant les caractères individuels pour ne retenir qu'une moyenne alors que la justice doit en permanence se prononcer sur des cas individuels (on retrouvera ce caractère spécifique des décisions de justice un peu plus tard...). Terminons cette évocation rapide de l'importance des catégorisations avec l'histoire de Philippe Pinel, médecin dont on dit qu'il bouleversa le traitement la traitement des « aliénés » en les faisant passer de la catégorie « fous » à la catégorie « malades » (« le docteur Pinel bouleverse le regard sur les fous (ou « aliénés ») en affirmant qu'ils peuvent être compris et soignés. »¹²). Cet exemple est non

¹² https://fr.wikipedia.org/wiki/Philippe_Pinel, consulté le 24 mai 2018.

seulement sympathique, il est aussi l'occasion de rappeler que l'usage de chiffres ne mène pas forcément à des usages négatifs mais peuvent aussi constituer un apport très positif. I.B. Cohen¹³ pointe que Pinel était très enthousiasmé par les perspectives que la statistique naissante laissait entrevoir et avait une grande confiance dans l'utilité du calcul :

« Philippe Pinel (1749-1826) is honored in the history of medicine because he radically altered the ways in which people who were "insane" were treated. At the time of the French Revolution, men and women who were suffering from mental disorders were apt to be chained in dungeons and generally treated as if they were savage beasts. In 1793, when Pinel received a post at hospital de Bicetre, an institution in Paris which housed insane inmates, he found that one male patient had been restrained by chains for 36 years! Pinel introduced a new point of view, arguing that such patients were "sick" and should be treated with kindness. (...)

Our concern, however, is not with Pinel's role as a founder of psychiatry, nor as "the greatest hospital superintendent of all times." Rather, our focus is his "passion for statistical information." Pinel described his method as the new "calculus of probability," but, as one scholar notes, his research involved "little more than a judicious use of arithmetic," so that "calculation of proportions" is a better description of the procedure. Pinel kept careful daily records of his patients and he made from them numerical tabulations "from which comparisons could be made between subgroups. . . . [He was] one of the great disease classifiers." »

2.2. Mesurer

Mesurer n'est pas forcément simple. On devrait plutôt dire : mesurer est rarement simple. La difficulté de la mesure est parfois redondante avec la difficulté que l'on vient de voir d'identifier ce qu'on mesure... ; à nouveau, l'exemple de la LOLF¹⁴ :

« Dans de nombreux cas, trouver des indicateurs semble donc difficile. Des indicateurs farfelus ont donc été parfois développés pour répondre formellement aux injonctions de la LOLF et permettre aux administrations d'afficher un simulacre de gestion par les résultats. Mais est-il vraiment raisonnable de mesurer la performance du ministère des affaires étrangères par la fréquentation de son site Internet ou d'apprécier l'aptitude du ministère des transports à bien entretenir les infrastructures portuaires par l'évolution du trafic maritime ? Dans le programme « ville et logement », par exemple, l'un des objectifs est de donner un indice de satisfaction des habitants des ZUS sur leur environnement. Pour évaluer ce degré de satisfaction des questions sont posées aux habitants sur la qualité de l'air, de l'eau, des transports, des dangers de la circulation... Mais aucune ne porte

¹³ I.B. Cohen, *The triumph of numbers*, 2005, p. 106.

¹⁴ Chatelain, Sponem, cf note 3.

sur la sécurité, la qualité des équipements, le prix des loyers, le montant des charges, ou encore la réussite éducative.

Dans tous ces exemples le lien entre objectif et indicateur semble bien difficile à réaliser. Nous voyons alors que, même si les choix politiques ont été parfaitement définis, la sélection des indicateurs de mesure des outputs est délicate. »

Auparavant, les auteurs avaient pointé un autre genre de difficulté :

« Le problème est qu'il est difficile de trouver des indicateurs d'activité liés sans équivoque aux externalités. Par exemple, pour améliorer la sécurité routière, la police nationale se fixe comme cible une progression des taux de dépistages positifs de l'alcoolémie (signe de l'efficacité des contrôles) alors que la gendarmerie vise une baisse de ce même taux (signe de l'efficacité de la prévention) (Arthuis, 2005). Qui a raison ? Peut-on choisir cet indicateur comme un moyen de mesure de la performance d'un programme de sécurité routière ? »

Nous avons déjà évoqué l'indice de masse corporelle¹⁵ (IMC) auquel Quetelet s'était intéressé dans le cadre de ses recherches anthropométriques. Mais comment le définir ? Hacking évoque cette difficulté¹⁶ :

« Le poids et la taille étaient des critères convenables pour des recherches sur l'adiposité, mais comment les combiner ?

Un problème qu'on rencontre souvent dans les études épidémiologiques à grande échelle est de savoir comment déterminer l'adiposité d'une personne à partir de données très limitées, telles que les seules mesures de la taille et du poids. Dans les années récentes, plusieurs articles (sont cités des articles de 1962 à 1970 publiés dans des revues anglaises) ont examiné les propriétés de différents indices combinant taille et poids sans qu'il se dégage un accord sur un indice idéal.

-Le rapport du poids à la taille : P/T

*-L'indice dit de Quetelet : $P/(T*T)$. À l'époque on l'appelle aussi indice de Davenport.*

*-L'indice de Buffon, $P/(T*T*T)$. (...) En Allemagne on l'appelle l'indice de Rohrer.*

Bref : en 1971, il y avait trois indices en concurrence. C'est en Norvège et au Royaume-Uni – les deux pays possédant les systèmes d'assurance santé les plus universels – que les études nationales ont été les plus influentes. Plusieurs chercheurs ont trouvé que l'indice de Quetelet est bien corrélé avec l'adiposité des hommes, mais que le simple rapport P/T donne une meilleure corrélation avec l'adiposité pour les femmes.

¹⁵ cf. note 2.

¹⁶ I. Hacking, cours au Collège de France, mars 2005.

Le résultat des débats fut influencé par le fait que les rapports avec le carré de la taille sont plus faciles à exploiter mathématiquement et qu'ils sont analogues aux autres quantités statistiques. Le tournant des débats se situe l'année suivante, en 1972. (...) Ici on trouve, pour la première fois, l'« Indice de Masse Corporelle » défini comme P/T. »

Nous sommes souvent abreuvés de chiffres dont l'apparence de simplicité ne résiste souvent pas à la première question venue¹⁷ :

«Suppression des allocations familiales aux familles de 2 enfants disposant de plus de 25'000 F de revenus par mois». Dans cette phrase, deux nombres entiers a priori simples.

«2»: on pourrait penser qu'il est facile de compter combien de familles ont 2 enfants. Et pourtant: est-ce 2 enfants de moins de 20 ans comme l'entend la Caisse d'allocations familiales? est-ce 2 enfants à charge de moins de 26 ans comme l'entend Bercy? Pourquoi avoir choisi 2? Parce qu'il s'agit du nombre qui a la plus grande fréquence?

«25 000»: un nombre rond facile à manipuler. On pourrait penser que ce nombre a été choisi pour sa simplicité, mais s'agit-il d'un revenu net? brut? imposable? net fiscal? Prend-on en compte toutes les ressources de la famille? Est-ce la même chose lorsqu'un ou deux travaillent ?

Il est difficile de dire avec précision ce qu'on appelle « pauvreté » et il ne faut donc attendre d'aucun indice qu'il permette de trancher de façon satisfaisante¹⁸ :

Les seuils relatifs sont plus récents. Le seuil de pauvreté pour une unité (par ex. une famille) d'un groupe donné (par ex. la population française) vaut 50 % du revenu disponible moyen des unités de ce groupe. Mais de quelle moitié s'agit-il : la médiane ou la moyenne arithmétique ? Dans les sociétés industrielles, le revenu médian est plus bas que la moyenne arithmétique (plus la société est inégale, plus la différence est grande). L'ONU et la Communauté européenne utilisent la moyenne. (...)

Le seuil de pauvreté s'est emparé du monde anglo-saxon. C'est un outil bureaucratique, mais aussi une arme puissante des idéologues, comme on le voit à travers des slogans sur le nombre d'enfants vivant « au-dessous du seuil de pauvreté ». Les États-Unis ont adopté un seuil absolu après la deuxième guerre mondiale : on parle des « poverty thresholds ». La définition de ces mesures est toujours un enjeu politique. Au Canada on a des seuils relatifs (« low income cutoffs »), qui sont plus élevés de 30% qu'aux États-Unis. Les « pauvres » aux États-Unis sont donc beaucoup plus pauvres que les « pauvres » au Canada. Le fait est bien connu des services concernés aux États-Unis : ils savent parfaitement que leur « thresholds » sont trop bas pour la société contemporaine, mais une augmentation du seuil,

¹⁷ Association Pénombre, cf note 11.

¹⁸ I. Hacking, cf. note 16.

même limitée à 15 %, aurait pour effet de doubler le nombre de pauvres, ce qui n'est pas envisageable pour des raisons politiques. »

La mesure n'est pas seulement difficile ; elle se retrouve prise en otage d'autres enjeux¹⁹ :

« Premièrement, les indicateurs manquent des informations essentielles pour définir la pauvreté à cause du choix arbitraire des critères (pourquoi mesurer l'alphabétisation ? pourquoi s'intéresser au prix de marchandises que ne consomment pas les pauvres ?) et des méthodes de conversion des seuils de référence (par la PPA et l'IPC). Ils pâtissent également de sources défectueuses (registres nationaux irréguliers, fausses déclarations de revenus). Deuxièmement, Pogge indique les failles des techniques d'agrégation de ces informations. Les calculs des revenus et de l'I(S)DH prennent le ménage comme première unité de mesure et divisent ensuite le résultat par le nombre de ses membres pour obtenir un résultat per capita. On manque ainsi les inégalités internes et principalement les disparités entre les hommes et les femmes au sein d'un même ménage. Les moyennes arithmétiques souffrent du même défaut pour calculer l'I(S)DH puisqu'elles collectent des informations pour une population sans se soucier de savoir, par exemple, si le revenu national a grimpé parce qu'une poignée de très hauts salaires a triplé ou parce qu'une majorité des salaires moyens a connu une faible augmentation. (...)

La question de savoir ce qui cause la pauvreté est au coeur du débat sur les mesures de la pauvreté globale. Les Objectifs du millénaire pour le développement (OMD) imposaient pour la première fois à l'ONU un résultat chiffré (réduire le nombre de pauvres d'ici à 2015) et supposaient pour le mesurer de développer des techniques adaptées, aussitôt devenues sujettes à controverses (Anand et al. éd., 2010) : si on commence le décompte en 1990, l'objectif aurait déjà été atteint grâce à la croissance des économies indienne et chinoise et aucun effort supplémentaire ne serait requis. Selon le seuil choisi, les modes de conversion retenus, la définition absolue ou relative de la pauvreté, l'ONU est en bonne ou en mauvaise voie pour y arriver. Mais qui viendra la punir si elle ne tient pas ses promesses ? »

Il est hors de propos d'entamer la question de l'usage des chiffres et, plus généralement, des mathématiques en économie, précisément parce qu'elle est trop vaste et trop importante. Elle constitue en fait une vraie boîte de Pandore pour la question des décisions qui s'appuient sur une quantification (et sur l'usage du formalisme mathématique). Mais à propos de la difficulté d'établir des mesures, les questions « qu'est-ce qu'un coût ? » ou « comment fixer un prix ? » sont tellement élémentaires que la difficulté à leur trouver une réponse témoigne magistralement de la difficulté générale d'attribuer une mesure aux choses. Ce n'est pas tout de même pas un hasard si le courant dominant en économie, courant qui fait jouer aux

¹⁹ M. Hunger, *La critique des indices de pauvreté par Thomas Pogge*, Tracés, Revue de Sciences Humaines, 13, 2013.

mathématiques un rôle prépondérant, part d'une théorie de l'équilibre (entre offre et demande) dont il résulte que le marché fixe les prix. Cela a au moins le « mérite » d'évacuer la question de savoir comment mesurer l'adéquation d'un prix... On peut alors faire des développements à volonté ; mais la métaphore du voyageur de Calais²⁰ nous rappelle que les choses sont un peu plus compliquées si d'aventure on avait souhaité que la théorie soit d'une quelconque aide pour décider dans des situations concrètes :

« Maurice Allais pose la question de savoir « combien coûte un passager monté à Calais dans le train pour Paris ? »

** Un contrôleur estimera que la consommation de ressources supplémentaires n'est pas vraiment chiffrable, et sera tenté de répondre presque rien (coût marginal nul).*

** Le chef de train sera plus mesuré : si soixante passagers font comme lui, il faut ajouter une voiture au train. Il sera donc tenté d'imputer 1/du coût de la voiture pendant le temps du transport.*

** Le chef de ligne ne l'entend pas de cette oreille : on ne peut pas ajouter indéfiniment des voitures à un train, et au bout de 20 voitures il faut doubler celui-ci. Il souhaite donc imputer pour sa part, en plus du 1/ de voiture précédent, 1/1 200e du prix de la motrice et du salaire de son conducteur.*

** Le chef de réseau n'est pas du tout d'accord : on ne peut pas multiplier ainsi les trains sans risque sur une même voie, et à partir de 50 trains par jour il est obligé de doubler la voie. Il ajoute donc pour sa part 1/120 000e du coût de la voie (toujours rapporté au temps du transport).*

Maurice Allais montre ainsi que par approximations successives on arrive à ce que doit être le coût minimal du billet pour que la compagnie ferroviaire ne se retrouve jamais dans une impasse. Cet exemple lui est associé sous le nom de métaphore du voyageur de Calais, qui illustre qu'on ne peut jamais vraiment parler du coût d'un bien ou d'un service, mais qu'il est plus exact de parler de coût d'une décision en indiquant à quel niveau on la considère. »

Ce n'est pas la moindre complication que pose la question de la mesure : il arrive que son principal problème ne soit pas dans son mode détermination mais dans son registre de signification. Ainsi, certains indices auront davantage tendance (variante de la loi de Goodhart...) à clore la question, soit pour l'évacuer (parce qu'on ne sait vraiment pas y répondre...), soit parce qu'elle est ailleurs. L'exemple évoqué plus haut de la définition et de la mesure du seuil de pauvreté illustre ce fait que la mesure, lorsqu'elle est conçue au service d'une politique, perd tout caractère objectif. La question n'est même plus alors sur la correction de la mesure mais sur le rôle qu'on lui fait jouer dans un argumentaire. On n'insistera jamais suffisamment sur ce dernier point. Avec la question du « coût du travail » ou du « coût du

²⁰ On reprend la présentation qui en est faite sur la page wikipedia consacrée à Maurice Allais : https://fr.wikipedia.org/wiki/Maurice_Allais#La_métaphore_du_voyageur_de_Calais

capital », on comprend rapidement que toute évaluation numérique n'est avancée qu'en faire valoir d'un discours de fond ²¹ :

Pour la majorité des observateurs de la vie économique en France, le principal obstacle au développement de la nation serait le coût du travail, c'est-à-dire des salaires et des cotisations sociales trop élevés. Cette réalité empêcherait les entreprises nationales d'être compétitives dans un marché mondialisé où la concurrence est de plus en plus féroce, et serait l'une des causes du déclin du pays.

Le Monde, principal quotidien français, note pour sa part que « les marges des entreprises sont médiocres : selon les données de Naxitis, leurs profits, après versement des dividendes, représentent 6,8 % du produit intérieur brut (PIB) contre 11,05 % en Allemagne et 9,63 % en zone euro ». Il faudrait donc « alléger les charges sociales » – c'est-à-dire réduire le montant des impôts payés par les entreprises –, et « flexibiliser le marché du travail trop rigide » – c'est-à-dire supprimer les conquêtes des travailleurs inscrites dans le code du travail et précariser l'emploi.

Néanmoins, une lecture attentive de la précédente citation permet de relever une anomalie. En effet, les profits sont calculés « après versement des dividendes ». Ce mode de calcul est général en France et il soulève inévitablement une question : Pourquoi les dividendes versés aux actionnaires – qui font intégralement partie des bénéfices – sont-ils d'abord déduits des bénéfices avant d'évaluer la rentabilité des entreprises françaises ?

On retiendra de ce survol que les chiffres ou valeurs numériques ne sont jamais à prendre comme des données indiscutables et objectives et que la seule chose objective est la difficulté d'établir des mesures... Cette difficulté peut être dans la capacité à effectuer et à déterminer une mesure mais, bien souvent, la difficulté principale restera de comprendre dans quel réseau de représentations ces mesures s'insèrent, dans quel modèle elles trouvent leur place et quels discours elles viennent compléter. Dit autrement, dans l'opération de quantification, l'acte de mesurer n'est un acte ni autonome, ni neutre ; il s'insère dans une procédure large à l'intérieur de laquelle il prend toute sa signification. Comme le souligne Desrosières²²,

« Le verbe quantifier, dans sa forme active (faire du nombre), suppose que soit élaborée et explicitée une série de conventions d'équivalences préalables³, impliquant des comparaisons, des négociations, des compromis, des traductions, des inscriptions, des codages, des procédures codifiées et répliquables, et des calculs conduisant à la mise en nombre. La mesure proprement dite vient ensuite, comme mise en œuvre réglée de ces

²¹<https://www.egaliteetreconciliation.fr/France-cout-du-travail-ou-cout-du-capital-16135.html>

²² Cf. note 9.

conventions. De ce point de vue, la quantification se décompose en deux moments : convenir et mesurer. »

2.3. *Élaborer*

Nous avons déjà souligné comment des indicateurs pouvaient avoir un effet normatif, tout simplement en établissant un « objectif » qui joue comme une norme pour le comportement à adopter. Le passage du *positif* au *normatif* est parfois justifié par l'invocation de la « *rationalité* » du modèle qui le sous-tend. Lorsqu'il y a recours à une quantification, celle-ci renvoie à la rationalité du langage mathématique et à la nécessité logique de ce qu'elle établirait, et, comme par un effet de contagion, la rationalité des conclusions deviendraient le critère du comportement raisonnable. A nouveau, le langage courant dit fort bien cela puisque tout autre comportement serait *irrationnel*, non ? On remarquera que par un glissement subtil, le comportement que la statistique a appelé « *normal* » (c'est-à-dire le comportement moyen d'une loi normale) serait censé indiquer la *norme* et justifier le caractère normatif d'indicateurs. Voilà un curieux retournement des choses puisque les chiffres finiraient ainsi par dispenser de se poser des questions comme si leur seule présence valait garantie de vérité²³ :

« La révérence au chiffre ;

Une réserve quand même : ce petit rappel est un peu trop schématique et oublie un élément important : le quantifiable. Dieu devient décidément de plus en plus difficile à convoquer comme point de référence ultime. Mais ses noms sont multiples. La science en est un, à l'occasion. Ou plus exactement l'invocation d'« scientifique » en tant que label, marque déposée, poinçon de garantie. Et, à ce niveau d'imaginaire, qu'est-ce qui fait mieux signe de la science que ce que susceptible d'être quantifié, ce que qui sait se plier aux formes et exigences du nombre ? Dépliera-t-on jamais assez cette merveilleuse croyance que la démonstration, l'assurance du vrai, ont la comptabilisation et la quantification pour voies royales ? Ce qui fait d'ailleurs que ce n'est même plus de nombres dont il s'agit dans l'insigne de la science, mais de chiffres, au sens le plus strict : une écriture secrète qui permet à l'initié de s'assurer du vrai. »

La question que pose ici le processus de quantification est donc celle de l'élaboration de chiffres ou d'indicateurs. Dans le cadre de la description d'une réalité *donnée*, le pur développement du concept théorique est forcément *mâtiné* des hypothèses *autres*, celles qui tiennent à la réalité observée et définitivement non réductibles à un encodage abstrait. C'est normal, c'est la règle du jeu. La pertinence d'un modèle se mesurera donc à la vraisemblance de ses hypothèses et à la pertinence de ses conclusions. C'est le travail universel des sciences appliquées, choix d'hypothèses, mise en place d'un modèle et confrontation des résultats ou

²³ A. Abelhauser, R. Gori, M.-J. Sauret, *La folie évaluation : les nouvelles fabriques de la servitude*. Ed. les mille et une nuits (appel des appels).

conclusions du modèle à ce que la réalité enseigne. La force des mathématiques tient précisément au fait de pouvoir se développer au sein d'un langage abstrait : la méthode hypothético-déductive a pour seules contraintes le respect des règles et axiomes choisis et la conformité des développements aux règles strictes de la logique qui structure ce langage. La *déraisonnable efficacité des mathématiques dans les sciences naturelles*²⁴ dit précisément que cette force est bien réelle dans le sens où ce langage abstrait trouve des applications bien au-delà des questions formelles internes aux mathématiques « pures ». Mais cette voie est étroite et difficile, comme l'écrivait H. Lebesgue²⁵ :

« Cette confiance est-elle légitime ? D'où vient la certitude mathématique ? Ce n'est qu'une pauvre petite certitude relative, mais c'est la plus absolue des certitudes relatives que l'homme ait su atteindre. Elle vient de ce que, en mathématiques, nous sentons beaucoup mieux qu'ailleurs les limites de la validité de nos procédés de recherches et de nos conclusions. En mettant dans une cage un lion et un lapin, personne ne dirait que un et un font deux. Aussi, l'arithmétique, qui ne s'applique que quand elle s'applique, s'applique toujours dans le cas où nous l'appliquons car, dans les autres, la tentation de l'appliquer ne nous effleure même pas. (...) »

Mais faut-il vraiment renoncer à cette certitude absolue des mathématiques tant vantée depuis avant Platon jusque après Auguste Comte ? Pour que la science mérite ces éloges, les mathématiciens l'ont rétrécie peu à peu : la signification des notions, leur adaptation au réel, la valeur des axiomes, tout cela prête à la discussion ; ce sera l'affaire des philosophes. Les applications des mathématiques se heurtent à quantité de contingences ; le mathématicien ne va pas se commettre là-dedans : ce sera l'affaire du physicien et de l'ingénieur. Le mathématicien ne s'occupera que du stade déductif ; encore ne regardera-t-il que le raisonnement tout fait car la construction d'un raisonnement logique ne se fait pas logiquement. Ainsi enfermé dans sa tour d'ivoire, le mathématicien croit faire figure de triomphateur, en réalité il n'est plus qu'un rouage d'une usine logistique.

"Les mathématiques sont la seule science où l'on ne sait jamais de quoi l'on parle ni si ce que l'on dit est vrai" a écrit Bertrand Russell. Boutade bien digne de l'humour anglais, enfermant une vérité profonde sous un gros rire. Un rire qui sonne franc et qui est pourtant teinté d'une mélancolie résignée. C'est qu'il faut beaucoup de résignation pour accepter de payer la certitude absolue en rompant tous les liens qui unissaient le certain et le vrai, en renonçant à donner aux mathématiques une valeur humaine. Les mathématiques ne seront plus qu'un instrument dont d'autres, philosophes, physiciens, ingénieurs feront peut-être un emploi utile. Encore faudra-t-il

²⁴ E. P. Wigner, The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences, Comm. Pure Appl. Math., 13, 1960

²⁵ H. Lebesgue, *Les controverses sur la théorie des ensembles et la question des fondements*, Oeuvres, chap. 10, p298-300. Grand mathématicien français de la première partie du XXème siècle ; célèbre notamment pour ses contributions majeures à la théorie de la mesure.

que, par une chance inespérée, nous ayons construit des outils utilisables, sans nous être jamais préoccupés de ce à quoi ils devraient servir. Et tout cela pour une certitude absolue relativement aux hypothèses et aux modes de raisonnement utilisés. »

Si cela sonne comme une évidence pour le mathématicien professionnel, il semble nécessaire de le rappeler tant l'abandon aux chiffres et aux conclusions « scientifiquement établies » sont choses très communes. Hors de leur domaine strict, il ne faut donc pas attendre de certitudes de la part des mathématiques. Elles seront un guide précieux et sûr une fois que le formalisme est mis en place mais se tairont dès qu'il sera question de la pertinence des hypothèses choisies ou de l'utilité des conclusions obtenues. Même s'il ne relève pas de mathématiques bien sophistiquées, l'élaboration de tout indicateur numérique n'échappe pas à ce lent et minutieux travail de mise en place et devra toujours rendre compte des choix qui ont présidé à cette élaboration. Le *jeu de saint Petersburg* va nous permettre d'illustrer le caractère définitif de cette limite. Le voici tel que présenté par Daniel Bernoulli devant l'Académie de Saint Petersburg aux alentours de 1730²⁶ :

« Pierre jette en l'air une pièce et refait de même jusqu'à ce que, à la chute à terre, face apparaisse pour la première fois : si cela se produit au premier jet, il est tenu de donner à Paul un ducat ; si c'est au second, deux ; au troisième quatre ; au quatrième, huit et ainsi de suite en doublant à chaque jet le nombre de ducats. On demande quel est le sort espéré de Paul ?

Mon cousin surnommé [Nicolas Bernoulli] a fait mention de ce problème dans une lettre qu'il m'a adressée car il désirait connaître mon opinion à ce sujet. Bien que le calcul montre à le sort espéré de Paul est infini, il n'est cependant personne sain d'esprit dit-il qui ne vendrait très volontiers son espoir de gain pour vingt ducats. »

C'est cette présentation devant l'Académie des Sciences de Saint Petersburg qui vaudra à ce jeu de passer à la postérité sous le nom « *de Saint Petersburg* ». Comme le dit Daniel B., c'est son cousin, Nicolas Bernoulli, qui lui a soumis ce problème. Daniel est mathématicien (médecin de formation), son cousin a aussi une formation en mathématiques, mais il est juriste. Ces « détails » auront leur importance. On trouve une première mention de ce jeu dans la correspondance de Nicolas B. avec Pierre de Montmort. Ce dernier n'est pas vraiment mathématicien et donne l'impression de préférer éluder la question. Nicolas B. lui adressera cette réponse savoureuse²⁷ :

²⁶ Daniel Bernoulli, Esquisse d'une théorie nouvelle de mesure du sort, Cahier du séminaire d'histoire des mathématiques, tome 6 (1985), 61-77 ; traduction de *Specimen Theori novae de mensura sortis*, Commentarii Academia Scientorum Imperialis Petropolitanae, tome V (publié en 1738 ?).

²⁷ P. R. de Montmort, Essai sur les jeux de hasard, Seconde édition, 1713. Cette seconde édition est accompagnée de diverses correspondances de R. P. de Montmort, dont celle avec Nicolas Bernoulli.

« Il est bien vrai comme vous dites que mes deux derniers problèmes ne posent pas de difficultés, néanmoins vous auriez bien fait d'en trouver la solution, car cela vous aurait donné l'occasion de faire une remarque curieuse. »

Quelle était donc cette remarque curieuse ? Daniel B. Nous a déjà donné la réponse : *l'espérance de Paul est infinie !*²⁸ C'est bien davantage qu'une curiosité, c'est un séisme... À nouveau, Daniel nous a déjà dit pourquoi : *il n'est cependant personne sain d'esprit dit-il qui ne vendrait très volontiers son espoir de gain pour vingt ducats.*

La présentation de Daniel B. est en général considérée comme ayant apporté « la » solution au problème que son cousin lui avait posé. De fait, son article est superbe : il y expose le problème, dit quelle est l'idée directrice selon laquelle il va le résoudre, met cette idée sous « forme mathématique », résout le problème mathématique ainsi posé et termine en commentant non seulement le jeu de Saint Petersbourg mais en donnant également des applications à des problèmes de partages et à des questions très concrètes d'assurances pour des marchands qui doivent faire transporter des marchandises par bateau (il faut évaluer le risque que la marchandise soit perdue ou volée en route et répondre à la question : ce risque vaut-il la peine d'être couru?).

Où est donc le séisme ? Daniel B. a expliqué quel était le problème et surtout a montré comment le résoudre. Ceci n'est pas satisfaisant ? Pas vraiment ; la réponse que Nicolas adresse²⁹ à son cousin nous éclaire :

« J'ai trouvé Votre théorie fort ingénieuse, mais Vous me permettrés de Vous dire qu'elle ne resoud pas le noeud du problème en question. Il ne s'agit pas de mesurer l'usage ou le plaisir qu'on tire d'une somme que l'on gagne, ni le défaut d'usage ou le chagrin qu'on a de la perte d'une somme : il ne s'agit pas non plus de chercher un équivalent entre ces choses-là ; mais il s'agit de trouver combien un joueur est obligé selon la justice ou selon l'équité de donner à l'autre pour l'avantage que celui-ci lui accorde dans le jeu de hazard en question... »

Daniel prendra acte de ce désaccord³⁰

« il [Nicolas] atteste que ma manière de voir la mesure des sorts ne lui déplait nullement, pour autant que quelqu'un ait à estimer son sort mais non,

²⁸ L'espérance de Paul est ce qu'on appelle aujourd'hui l'espérance mathématique du jeu, c'est-à-dire, le gain moyen de Paul à ce jeu. Ce gain est la somme des produits $P(E_i) \cdot G(E_i)$ où E_i est l'évènement « la pièce tombe pour la première fois sur face au i -ème lancer », $p(E_i) = 2^{-i}$ est la probabilité de cet évènement et $G(E_i) = 2^{i-1}$ est le gain qu'il rapporte. Puisque $P(E_i) \cdot G(E_i) = 1/2$ et que i varie de 1 à l'infini, l'espérance de Paul est infinie.

²⁹ Lettre datée du 5 avril 1732.

³⁰ Note de D. Bernoulli, publiée à la fin de l'article « *Specimen Theoriae novae de mensura sortis* », cf. note 26.

comme cela peut arriver, si un tiers, à l'instar d'un juge, doit fixer en toute équité et justice le sort de l'une et l'autre parties. »

Et on continuera désormais de parler du « *paradoxe de Saint Petersburg* » car le « paradoxe » ne s'est pas dissous dans « la » solution proposée par D. Bernoulli. A nouveau, pourquoi parler de séisme ? Pour cette difficulté qu'on a à vue, pointée par Daniel B. et que Cramer³¹ avait pointée aussi auparavant dans des termes similaires³²:

« Le paradoxe vient du fait que le calcul dit que A doit donner à B une somme infinie, ce qui semble absurde car il n'y aurait personne de bon sens qui serait prêt à donner 20 pièces. On demande alors la raison de cette différence entre le calcul mathématique et la sens commun »

Le nœud est là : aucun homme de bon sens ne donnerait au-delà de 20 pour une somme que le calcul mathématique déclare infinie. Comme dira Buffon³³, il faut rendre compte de « *cette contradiction entre le calcul mathématique et le bon sens* ».

Nous sommes au 18ème siècle, dit des « lumières ». La foi dans la raison et dans sa capacité à nous éclairer jusque dans les questions qui concernent les hommes dans leur vie quotidienne anime tous ces éminents savants. Souvenons-nous de ce qu'écrivait Condorcet :

« Ces sciences, presque créées de nos jours, dont l'objet est l'homme même, dont le but direct est le bonheur de l'homme, n'auront pas une marche moins sûre que celle des sciences physiques ; et cette idée si douce, que nos neveux nous surpasseront en sagesse comme lumières, n'est plus une illusion.

En méditant sur la nature des sciences morales, on ne peut, en effet, s'empêcher de voir qu'appuyées comme les sciences physiques sur l'observation des faits, elles doivent suivre la même méthode, acquérir une langue également exacte et précise, atteindre au même degré de certitude. »

Derrière les jeux tels que ceux proposés par Montmort, pointent des préoccupations de commerce, d'assurances, d'héritage, de jugements, de partages et autres échanges. Quel est le juste prix ? Quelle est la juste valeur ? Quelle est la juste décision ? Les mathématiques ici ne sont pas un jeu, elles ne sont pas un passe-temps de gens oisifs : elles sont l'espoir de pouvoir trancher avec équité des questions difficiles, de pouvoir répondre à des questions qui demandent des estimations, qui dépassent ce que chacun peut connaître par lui-même ou qui demandent d'évaluer les chances qu'un événement se produise... Les mathématiques sont le langage d'une rationalité dont on attend qu'elle étende « la raison » ou le « bon sens » dont chacun peut faire usage au quotidien. Voilà pourquoi le problème de Saint Petersburg est bien un paradoxe ; opposant les enseignements du calcul

³¹ Cramer, autre mathématicien important du 18ème siècle. Il s'intéressera aussi au problème de Saint Petersburg mais son analyse sera bien moins fine que celle de Daniel Bernoulli.

³² Lettre à Nicolas Bernoulli, Londres 21 mai 1768.

³³ G.-L. Leclerc, Comte de Buffon, Essais d'Arithmétique morale, 1777.

rationnel à ce que dicte la raison, il va à l'encontre de l'opinion commune selon laquelle la rationalité du calcul mathématique ne peut qu'apporter un supplément de lumière au bon sens. Le calcul y est clair, sans embrouilles et le verdict est sans appel : ce qu'il nous dit, un gain infini, est en contradiction définitive avec ce que le bon sens ou la raison nous disent. On appellera cela *l'écart entre le rationnel et le raisonnable*. Le sujet est trop vaste, il est ici tout juste effleuré. On notera uniquement, au cœur de ces questions, le rôle très important de la théorie des probabilités, encore à l'état naissant en ce début de 18ème siècle. Ce commentaire de L. Daston³⁴ :

« En 1840, le "calcul raisonnable" apparut à beaucoup de mathématiciens et philosophes comme une "aberration de intelligence". Pour la première fois, les mathématiciens commencèrent à distinguer entre la théorie et les applications du calcul des probabilités, afin de sauver le calcul de ses applications douteuses. (...)

Elle avait aussi perdu la justification de son ambition de fusionner les probabilités objective et subjective. »

montre à quel point le terme de « séisme » caractérise vraiment ce dont nous parle le paradoxe de Saint Petersburg. Cet enquinant problème qui met en opposition le calcul rationnel et le bon sens est le signe d'une vraie fracture. Pas une petite faille que la théorie se chargera progressivement de réduire et pour finalement l'absorber définitivement. Non, au contraire, il faudra « *sauver le calcul de ses applications douteuses* » et, à suivre L. Daston, « l'aberration » aurait même changé de camp...

Revenons au problème de Saint Petersburg. Après tout, Daniel Bernoulli ne l'a-t-il pas résolu ? La solution qu'il a apportée est brillante. Pourtant, son « idée directrice » ne présente rien de nouveau, elle est le leitmotiv de tous les commentateurs de l'époque et de tous ceux qui cherchent à résoudre l'énigme posée, à savoir que les sommes d'argent ne doivent pas être évaluées du point de vue de leur quantité numérique prise comme valeur absolue, mais rapportées à un état de fortune. Cramer dira par exemple :

« Je crois qu'elle vient du fait que les mathématiciens évaluent l'argent en proportion de sa quantité, et que les gens de bon sens [l'évaluent] en proportion de l'usage qu'elles peuvent en avoir. »

Et il va de soi pour tous que doubler une petite somme pour quelqu'un qui est dans le besoin n'a pas la même signification que doubler la richesse de quelqu'un de très fortuné (et qui a déjà sûrement déjà au-delà de ce qu'il peut véritablement dépenser). Daniel Bernoulli introduira le terme d'« *utilité* » à cette occasion :

« Le prix estimé à partir de la chose elle-même est le même pour tous, l'utilité dépend de la condition de chacun. »

³⁴ L. Daston, L'interprétation classique du calcul des probabilités, 1989.

mais la force de sa solution n'est pas de se contenter d'introduire la notion d'utilité (ce même terme, ou des termes similaires, apparaissent chez Cramer et les autres auteurs). Elle est, d'une part, de l'introduire comme une fonction de la richesse et, d'autre part, de formaliser le principe de mesurer l'utilité relativement à la richesse pour établir une équation différentielle (dans les termes d'aujourd'hui) vérifiée par cette fonction d'utilité. Habile mathématicien, il résoudra cette équation différentielle, obtenant ainsi un moyen de calculer le gain en utilité de tout apport d'argent. Il a donc développé un modèle qui, comme le montreront ses exemples d'applications, s'adaptera à des situations concrètes. Mais son résultat ne présente aucun caractère de nécessité dès qu'on veut en faire un guide pour des questions concrètes, notamment parce qu'il est subordonné à la fonction d'utilité qu'il a choisie (et même si, du point de vue de la théorie, il a apporté une justification très convaincante de cette fonction).

Par ailleurs, indépendamment de ces applications concrètes, la contribution de Bernoulli avec le formalisation d'une fonction d'utilité est incontestablement pionnière dans la direction d'une approche qui ne connaîtra véritablement son essor que 150 ans plus tard avec l'introduction du marginalisme en économie. Elle marque donc la lente ascension du recours aux méthodes et modèles mathématiques en économie. Aujourd'hui, la prolifération de ces modèles et la position de domination de courants académiques qui érigent les mathématiques comme une nécessité de la modélisation en économie ne doivent cependant pas laisser croire que la discussion ouverte entre les cousins Bernoulli est close. La littérature sur le paradoxe de Saint Petersburg jusqu'à nos jours montre combien la solution apportée par Daniel Bernoulli ne clôt pas le débat et la sophistication des modèles ne doit pas faire illusion³⁵ :

4. Cramer and Bernoulli knew it all

The combination of the two components discussed above produces the very powerful theory of expected utility as we know and use it today. It is surprising to realize that all of this was already known in the 18th century, long before the marginalist revolution in economics. In discussing the St. Petersburg paradox, Gabriel Cramer, in a letter written in 1728, proposed to evaluate gambles by considering the expected utility of the money gained, where the utility would be measured as the square root of the payout. Ten years later, Daniel Bernoulli proposed to use the logarithm. It is quite striking to read the few lines in which Bernoulli lays out the ideas of expected utility theory

La théorie se développe mais, comme le soulignait le commentaire de L. Daston³⁶, cela peut parfois être au prix d'un oubli de la question qui la fonde. Le

³⁵ Y. Lengwiler, *The Origins of Expected Utility Theory*, Contribution to the Collective Volume in Honor of the 100th Anniversary of Vinzenz Bronzin's "Theorie der Prämiengeschäfte," to be published by Springer Verlag.

³⁶ Cf. note 34.

développement des probabilités et des statistiques joue un rôle essentiel dans la mise en place de quantifications du comportement humain et témoigne aussi de cette sorte d'autonomisation de la théorie. En particulier, en filigrane de cette difficile relation entre le « raisonnable » et le « rationnel », se lit la question du rapport entre des probabilités subjectives et des probabilités objectives. Certes, la théorie a pris à sa manière cela en charge³⁷ :

« Ainsi, le raisonnement probabiliste a toujours transporté avec lui cette dualité sémantique initiale : les débats modernes entre fréquentistes et néo-bayésiens en sont la retraduction actuelle. Mais cette ambivalence d'interprétation agace les mathématiciens purs, qui ont cherché, au fil du temps, à nettoyer les probabilités de cette tare initiale, en l'axiomatisant et en la réduisant à une syntaxe, fondée sur la théorie de la mesure. Ce sera chose faite avec l'axiomatisation de Kolmogoroff en 1934. La probabilité est devenue une branche des mathématiques pures. La dualité interprétative, qui donnait son côté romanesque à toute cette histoire (Dr. Jekyll et Mr. Hide), a été évacuée. »

Il reste cependant qu'il appartient à chacun de décider s'il s'en satisfait ou pas³⁸ :

« Ian Hacking défend l'idée que la notion de probabilité, qui a ainsi émergé au XVIIIe siècle, conserve jusqu'à nos jours, enfouie en elle, la trace de sa dualité initiale, comme un « espace de théories possibles qui a été à peu près constant de 1660 à aujourd'hui ». »

Alors ?

Nous avons (rapidement) développé le « paradoxe » de Saint-Petersbourg pour mieux comprendre, de façon générale, ce que l'on peut attendre du rôle des mathématiques (même si elles restent à un niveau très élémentaire) dans l'élaboration d'indicateurs chiffrés ou de résultats numériques. Daniel Bernoulli, en excellent mathématicien, a pris le prétexte de la question de son cousin pour développer une théorie de l'utilité. Nous n'avons même pas dit quelle est la réponse concrète que donne sa formalisation au problème de Saint Petersburg. La voici :

Fortune initiale	0	10	100	1000
Gain espéré (environ)	2	3	4	6

Selon cette formalisation, le gain espéré par Paul dépend de sa fortune. On voit que ce gain, au lieu de valoir l'infini comme le dit la théorie de l'espérance usuelle,

³⁷ A. Desrosières, Les recherches de Ian Hacking sur l'histoire des usages des probabilités et des statistiques dans le raisonnement inductif, Chapitre 13, In : Pour une sociologie historique de la quantification : L'Argument statistique I [en ligne]. Paris : Presses des Mines, 2008 (généré le 25 avril 2018). Disponible sur Internet : <<http://books.openedition.org/pressesmines/921>>.

³⁸ Idem.

ne dépasse pas 6, valeur inférieure aux 15 à 20 que tous les commentateurs estimaient comme borne supérieure. Cramer, par un calcul pas vraiment théorisé (« *Si l'on veut supposer que la valeur morale des biens est comme la racine carrée des quantités mathématiques (...)* »³⁹) arrivait à une valeur de 13 (indépendamment de la fortune initiale). En fait, guidé par sa modélisation, D. Bernoulli introduit le logarithme comme fonction d'utilité alors que Cramer, guidé par on ne sait quelle « intuition » s'en remet à la racine carrée. Les deux fonctions ont la même qualité de concavité, bien adaptée à l'idée de gain décroissant avec la fortune. Qui a raison ? On pourra seulement dire que chacun a *ses raisons*... Et si Daniel-le-mathématicien est satisfait du modèle qu'il a mis en place, Nicolas-le-juriste n'y voit pas de réponse aux questions concrètes qui le préoccupent.

Cet exemple illustre la puissance des mathématiques, comme ses limites. Les mathématiques, lorsqu'elles sont correctement utilisées, obligent à poser les hypothèses claires sur lesquelles vous allez fonder votre modèle et elles permettent ensuite (quand on y arrive...) de déduire des résultats sur les variables en jeu dans le modèle par la voie sûre de raisonnements rigoureux. Mais, comme l'expliquait Lebesgue⁴⁰, la route de la certitude s'arrête là. Les mathématiques ne vous diront jamais rien sur la justesse ou la pertinence des hypothèses. Ce n'est pas de leur ressort. Bien au contraire, la force et l'efficacité du langage mathématique tiennent à son caractère abstrait, dégagé de toute référence au concret. Lorsque l'on traite d'indicateurs chiffrés, même s'il n'y a pas de grandes théories mathématiques derrière mais simplement quelques opérations arithmétiques élémentaires, le processus de construction des indicateurs suit ce long chemin, parfois un peu sinueux et fait d'aller-retours entre ce dont on voudrait parler et le formalisme que l'on met en place pour cela. Le calcul fait partie de ce chemin mais la pertinence des « chiffres » obtenus sera d'abord à chercher dans les hypothèses sur lesquelles ils se fondent. En particulier, la caractéristique « positif » d'un chiffre ne pourra jamais être évalué à l'aune des mathématiques qui le fondent. Celles-ci pourront seulement (mais c'est déjà beaucoup) attester de la correction de son mode de détermination une fois que les hypothèses du modèle dans lequel il apparaît auront été clairement identifiées et formalisées.

Autant les multiples difficultés ou véritables problèmes qui accompagnent la mesure de « données » mettent à mal ou ruinent l'idée que les chiffres retenus ont un caractère objectif, autant le fait de comprendre que la rationalité mise en œuvre pour l'établissement d'indicateurs ne peut pas justifier de poser ces indicateurs comme des objectifs à atteindre parce qu'ils indiqueraient ce qu'est la « bonne valeur » et ne peut donc pas justifier de leur accorder une valeur normative. L'exactitude du calcul rationnel perd toute pertinence hors de son cadre abstrait. *L'exact n'est pas le juste.*

³⁹ Lettre à N. Bernoulli, 21 mai 1728.

⁴⁰ Cf. note 25.

Conclusion

Le recours à la quantification s'accompagne souvent d'une confiance démesurée dans l'appareillage technique de la mathématique comme si celui-ci procurait l'assurance d'avoir rejoint la terre ferme des mesures objectives, des résultats indiscutables, des raisonnements implacables et des certitudes incontestables. Mais cette contrée n'existe pas hors des idéalités mathématiques. Le paradoxe de Saint Petersburg exprime à sa manière cet écart entre le raisonnable et le rationnel. Il nous dit que l'abandon au formalisme indique une tentative de prise en charge du *juste* par l'*exact*. Mais il n'est pas vrai qu'un calcul puisse être juste, il peut seulement être exact. Et l'*équité* est autre chose que l'*égalité*.

Mesurer est très difficile. Nous avons rappelé quelques unes des multiples difficultés que toute opération de mesure doit affronter mais nous avons voulu insister ici sur une difficulté « native » (et définitive) provenant du fait que « mesurer » n'est qu'un moment de « quantifier ». En particulier, toute quantification passe par des choix de descriptions et de catégorisation. Cela implique qu'il ne peut pas y avoir de prise en charge du qualitatif par le quantitatif, sauf à évacuer la réalité ou à la nier et, dans tous les cas, la perdre. Les chiffres n'apportent donc ni la neutralité, ni l'objectivité qu'on voudrait leur accorder, ils participent à des constructions mentales comme les lettres d'un alphabet participent à des discours. L'analogie est à tel point fondée que l'on peut affirmer que le fait d'imaginer un passage du qualitatif au quantitatif comme s'il s'agissait de deux domaines distincts est illusoire et qu'il y a, au contraire, une gradation avec un changement de registre narratif mais sur un fond commun. Après tout, conter dérive bien de compter...